



**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

с теорией вероятностей и статистикой

ЕГЭ

РАЗРАБОТАННО МИОО

2013

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

- 10 вариантов заданий
- Ответы и решения
- Критерии оценок
- Бланки ответов

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Яценко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Разработано МИОО

для использования в образовательных учреждениях

Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий

для подготовки к Единому государственному экзамену по математике

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2013**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 **ЕГЭ 2013. Математика. Типовые тестовые задания** / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; **под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко.** — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-05524-2

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2013 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2013 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерством образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Подписано в печать 28.06.2012. Формат 60×90/8. Гарнитура «Школьная».
Бумага газетная. Уч.-изд. л. 2,58. Усл. печ. л. 7. Тираж 50 000 экз. Заказ 4383/12.

ISBN 978-5-377-05524-2

© Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2013
© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Вариант 1	6
Часть 1	6
Часть 2	8
Вариант 2	9
Часть 1	9
Часть 2	11
Вариант 3	12
Часть 1	12
Часть 2	14
Вариант 4	15
Часть 1	15
Часть 2	17
Вариант 5	19
Часть 1	19
Часть 2	21
Вариант 6	23
Часть 1	23
Часть 2	25
Вариант 7	27
Часть 1	27
Часть 2	29
Вариант 8	31
Часть 1	31
Часть 2	33
Вариант 9	35
Часть 1	35
Часть 2	37
Вариант 10	39
Часть 1	39
Часть 2	41

Ответы 43
 Вариант 1 43
 Вариант 2 43
 Вариант 3 43
 Вариант 4 44
 Вариант 5 44
 Вариант 6 44
 Вариант 7 45
 Вариант 8 45
 Вариант 9 45
 Вариант 10 46

Решение заданий 49
 Вариант 5 49
 Часть 2 49

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

Часть 1

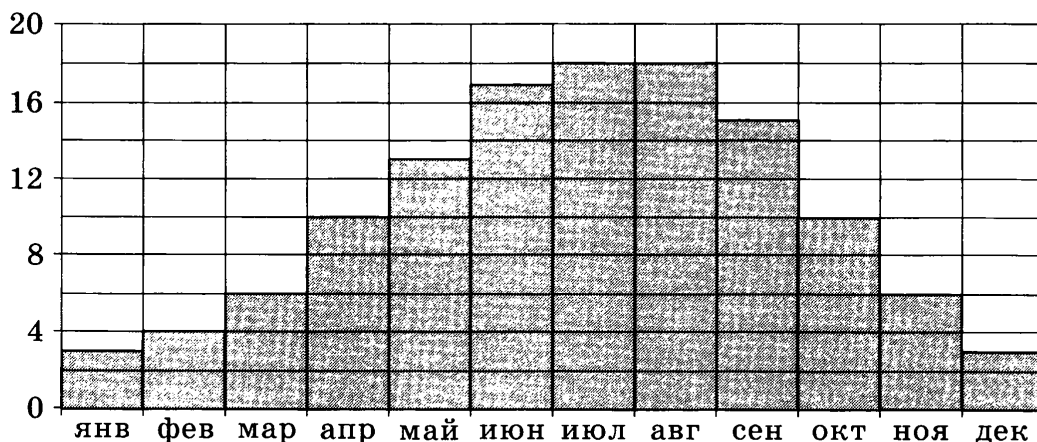
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

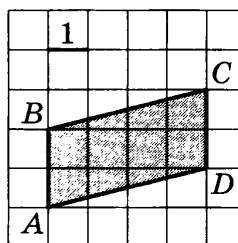
- В1.** Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

В2

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.

**В3**

- В3.** Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

**В4**

- В4.** Строительная фирма собирается приобрести 85 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2700	15000	При заказе на сумму больше 250000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	14000	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2750	12000	

В5. Решите уравнение $\sqrt{7-x} = 4$.

 В5

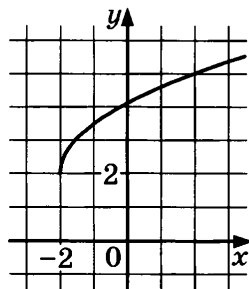
В6. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 8$.

 В6

В7. Вычислите $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

 В7

В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.

 В8


В9. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды в два раза больше высоты боковой грани, проведенной к стороне основания пирамиды. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

 В9

В10. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадет вопрос по круглым червям.

 В10

В11. Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна 80 см^2 . Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^2 .

 В11

B12

B12. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

B13

B13. Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 11x + \cos x + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C2

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причем $BP : PB_1 = 1 : 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

C3

C3. Решите неравенство $\frac{3 \log_2 x}{2 + \log_2 x} \leq 2 \log_2 x - 1$.

C4

C4. Медиана AM и биссектриса CD прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$) пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника ABC , если $CO = 9$, $OD = 5$.

C5

C5. Найдите значения параметра a , для каждого из которых при любом значении параметра b имеет хотя бы одно решение система уравнений

$$\begin{cases} (1 + 3x^2)^a + (b^2 - 4b + 5)^y = 2, \\ x^2 y^2 + (b - 2)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

C6

C6. Найдите все пары натуральных чисел $k < n$, удовлетворяющие уравнению $(\sqrt{n})^k = (\sqrt{k})^n$.

ВАРИАНТ 2

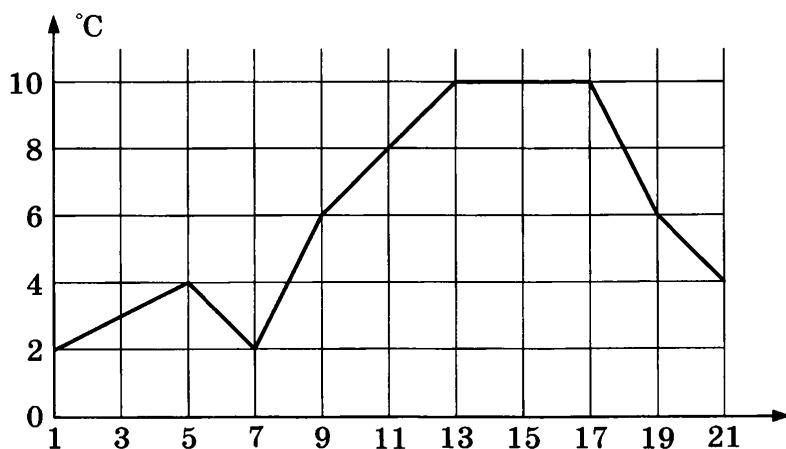
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

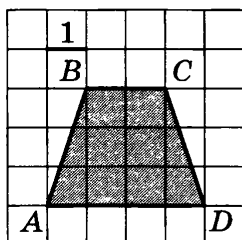
В1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

 В1

В2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6^{\circ}\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.

 В2

В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

 **В3**

В4. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

 В4

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B5

B5. Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.

B6

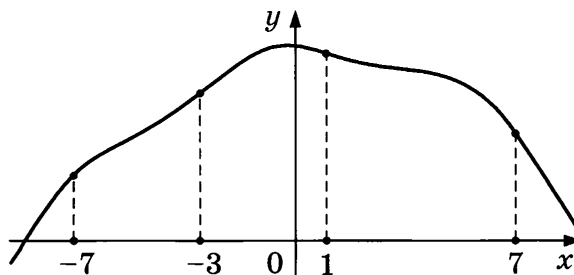
B6. В треугольнике ABC углы A и B равны соответственно 45° и 67° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины C . Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6,5$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 1 , 7 . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.


B9

B9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.

B10

B10. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

B11

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 16 см^2 . Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

B12

B12. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200 \text{ К}$?

B13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

 B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x - 11x + 7$ на отрезке $[-\pi; 0]$.

 B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{\sin x(2 \sin x + 1)(\sqrt{2} \sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0$.

 C1

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $A...D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12.

 C2

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0, \\ \log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0. \end{cases}$$

 C3

C4. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 5 и 20. Найдите биссектрису угла при основании треугольника.

 C4

C5. Найдите все пары чисел a и b , для каждой из которых имеет не менее пяти решений $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} bx(2x - y) + (y - 1)(2x - y) = bx + y - 1, \\ 4x^2 + y^2 + axy = 1. \end{cases}$$

 C5

C6. Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n .

 C6

ВАРИАНТ 3

Часть 1

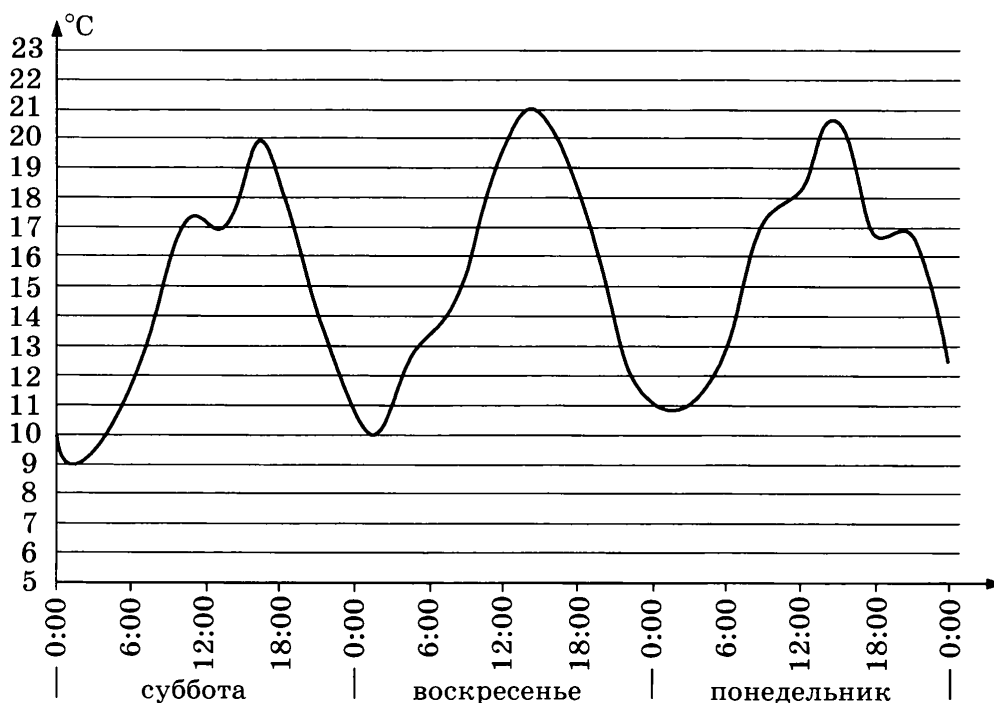
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

В1. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей?

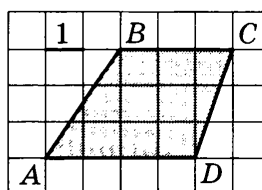
В2

В2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



В4. Семья из трех человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?

 В4

В5. Решите уравнение $\log_2 x = 5$.

 В5

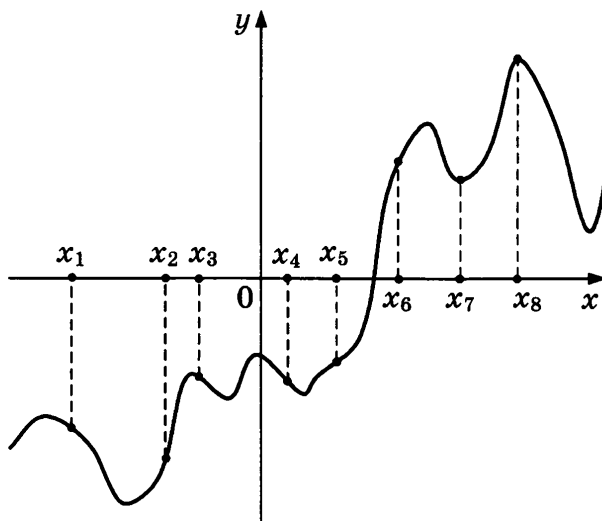
В6. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если $AP = 5$, $BM = 6$, $CK = 7$.

 В6

В7. Вычислите $\log_6 144 - \log_6 4$.

 В7

В8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?

 В8


В9. Расстояние между скрещивающимися ребрами правильной треугольной пирамиды равно 12, а синус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 0,3. Найдите высоту основания пирамиды.

 В9

В10. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

 В10

В11. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2 . Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

 В11

B12

B12. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 760$ К, $a = 34$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

B13

B13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

B14

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 13 - 7 \sin x - 9x$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение
$$\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0.$$

C2

C2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1 .

C3

C3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x^2 + 6^x + 4 \leq 44 \cdot \log_5(x + 3), \\ 4x + 6^x \geq 44 \cdot \log_5(x + 3). \end{cases}$$

C4

C4. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки K , L и M , причем $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LC = 1 : 2$, $CM : MA = 3 : 1$. В каком отношении отрезок KL делит отрезок BM ?

C5

C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - (2a + 1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a + 1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$

C6

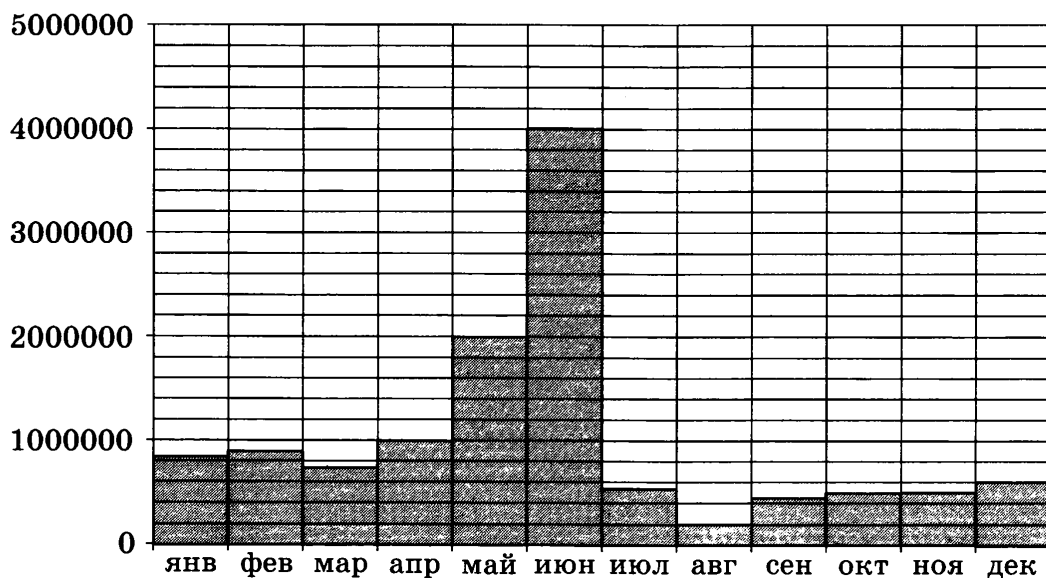
C6. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n , при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

ВАРИАНТ 4

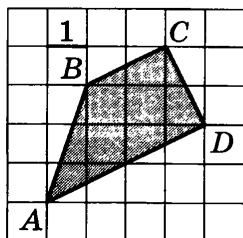
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?
- В2.** На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом ЕГЭ в 2009 году.

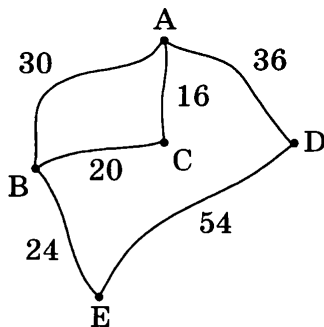


- В3.** Найдите площадь трапеции $ABCD$.



B4

- B4.** На рисунке показаны схема дорог и расстояние в километрах между населенными пунктами А, В, С, D и E вдоль этих дорог. Мопед, грузовик и автобус одновременно выезжают из города А и добираются в город E разными путями. Мопед едет через поселки С и В, грузовик — только через В, а автобус едет через город D. Мопед был в пути 1 час 20 минут, грузовик — 1 час, а автобус — 1 час 40 минут. Найдите среднюю скорость того транспортного средства, у которого эта скорость наибольшая. Ответ дайте в км/ч.



B5

- B5.** Решите уравнение $5^{x+5} = 0,04$.

B6

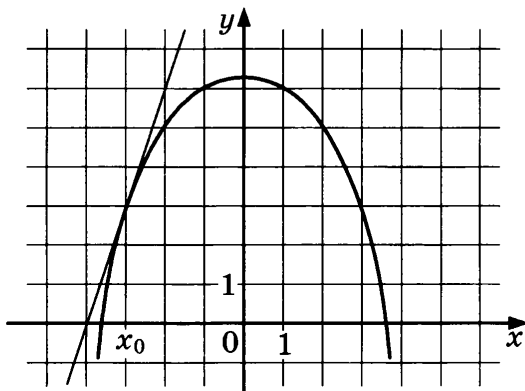
- B6.** Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M . Найдите MA , если $MB = 12$, $MC = 16$, $MD = 6$.

B7

- B7.** Найдите значение выражения $\frac{28}{2^{\log_2 7}}$.

B8

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



B9

- B9.** Тангенс угла между боковым ребром правильной четырехугольной пирамиды и плоскостью ее основания равен $\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

B10

B11. Объем цилиндра равен 20 см^3 . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

B11

B12. Время полета мяча, брошенного под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле

B12

$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (с). При каком наименьшем значении угла (в градусах)

время в полете будет не меньше 2,5 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 25 \text{ м/с}$? Ускорение свободного падения g считать равным 10 м/с^2 .

B13. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{54}{\pi}x + 6 \sin x + 13$ на

B14

отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

C1

C2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости DEA_1 .

C2

C3. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.

C3

C4

- C4. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает в точке D продолжение стороны AB за точку A , причем $AD = \frac{2}{3} AB$.
Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 1$.

C5

- C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.

C6

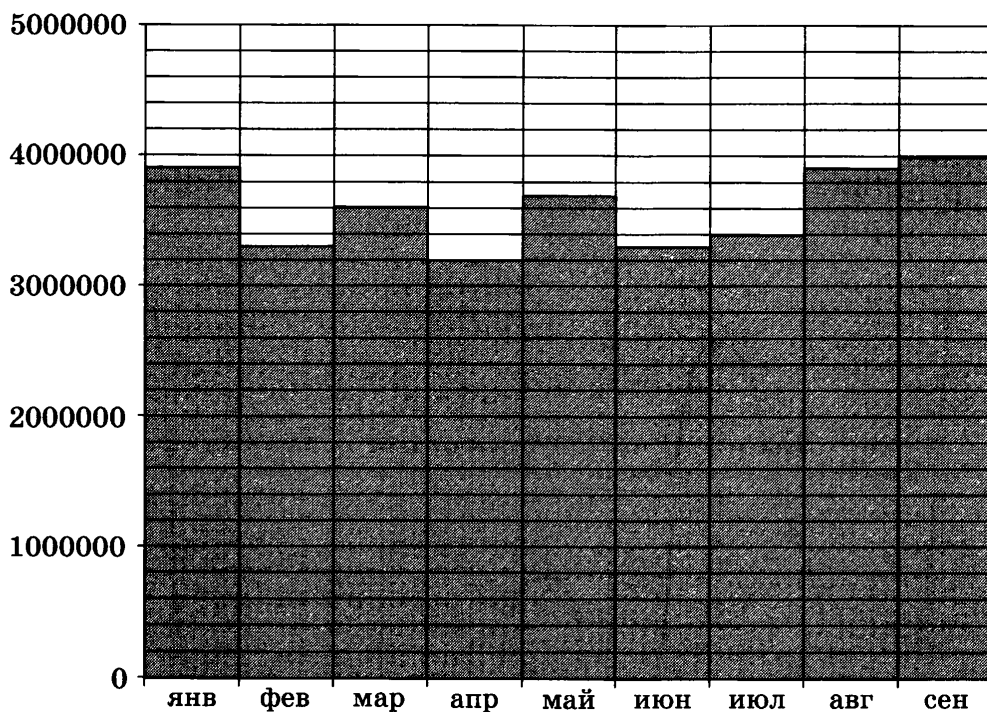
- C6. Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на $27 - K$. Найдите a .

ВАРИАНТ 5

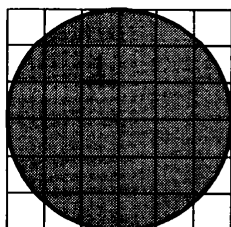
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?
- В2.** На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



- В3.** Найдите площадь S круга. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



В1

В2

В3

B4

- B4.** При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;

доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;

доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

B5

- B5.** Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 7$.

B6

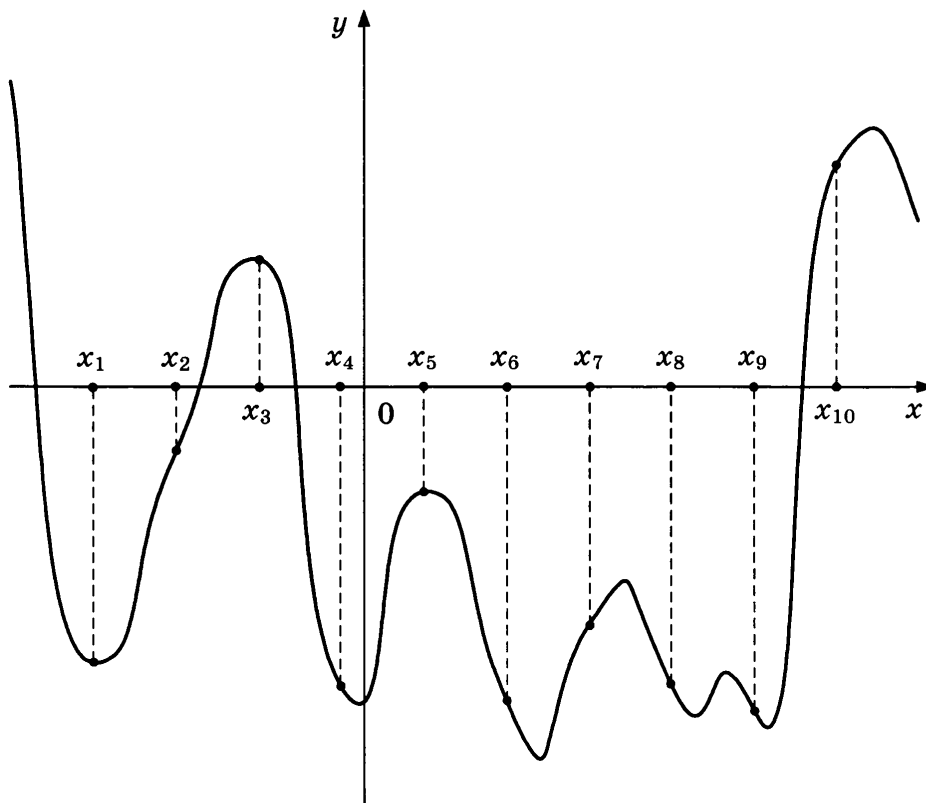
- B6.** В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56° . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

B7

- B7.** Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$.

B8

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

**B9**

- B9.** Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна $\sqrt{73}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

B10. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

B10

B11. Объем цилиндра равен 24 см^3 . Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

B11

B12. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

B12

B13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

C1

C2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AD , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

C2

C3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2(x^2) + \log_2(x^2) \leq 8. \end{cases}$$

C3

C4

- C4. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B . Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A , а большую — в точке C . Известно, что $AC = 3$. Найдите BC .

C5

- C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x - 1| + 7|y| = 1, \\ x^2 + 49y^2 + 4a + 1 = 2x \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

C6

- C6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

ВАРИАНТ 6

Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

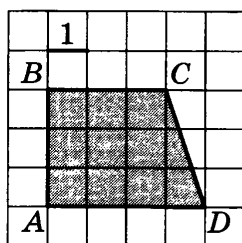
- В1.** В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

 В1

- В2.** На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.

 В2

- В3.** Найдите площадь трапеции $ABCD$.

 В3

- В4.** Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

 В4

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	

B5

B5. Решите уравнение $\log_{25}(2 - 3x) = 0,5$.

B6

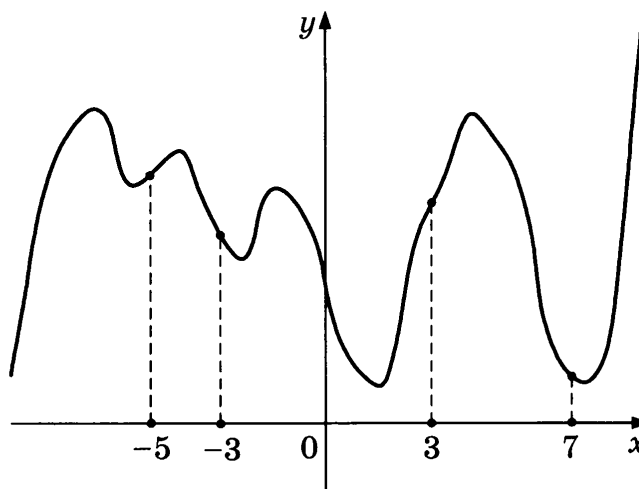
B6. Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 7, а расстояние от точки B до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

B7

B7. Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-5, -3, 3, 7$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.


B9

B9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $10\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 7. Найдите тангенс угла между боковым ребром и основанием пирамиды.

B10

B10. В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.

B11. Объем данной правильной треугольной призмы равен 80 см^3 . Найдите объем правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы. Ответ дайте в см^3 .

B11

B12. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 2700 \text{ кг}$ — их общая масса, D (в метрах) — диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения g равным 10 м/с^2 , а π равным 3, определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па .

B12

B13. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x + 4 \operatorname{ctg} x}{5 \cos^2 x - 4 \cos x} = 0$.

C1

C2. В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10$, $BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC .

C2

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \log_9(x + 4,5) - 1 \geq 3^{4x^2 - 9}, \\ 3 - 4 \log_9(x + 4,5) \geq 3^{9 - 4x^2}. \end{cases}$$

C3

C4. Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R > r$) соответственно касаются в точке A . Через точку B , лежащую на окружности S_1 , проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M . Найдите BM , если известно, что $AB = a$.

C4

C5

- C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

C6

- C6. Найдите все такие натуральные n , что при вычеркивании первой цифры у числа 4^n снова получается число, являющееся натуральной степенью числа 4.

ВАРИАНТ 7

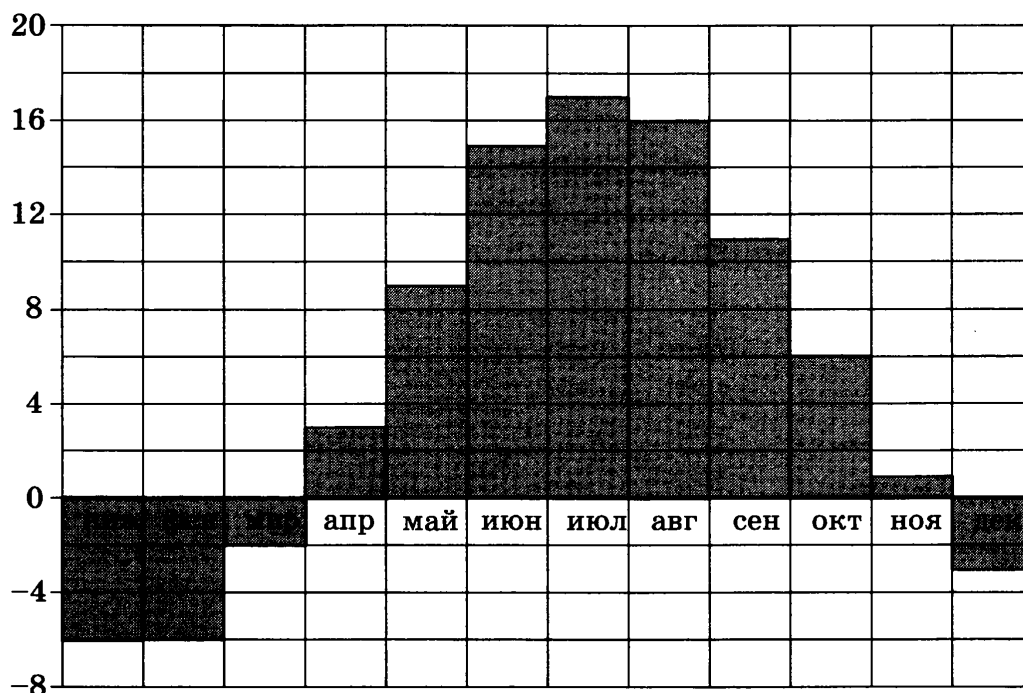
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

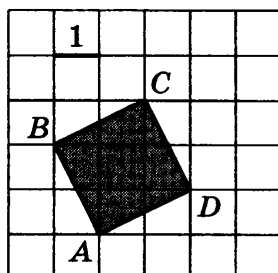
В1. Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек. Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?

 В1

В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была отрицательная.

 В2


В3. Найдите площадь квадрата $ABCD$.



B4

- B4.** Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B5

- B5.** Решите уравнение $2^{5-x} = 0,25$.

B6

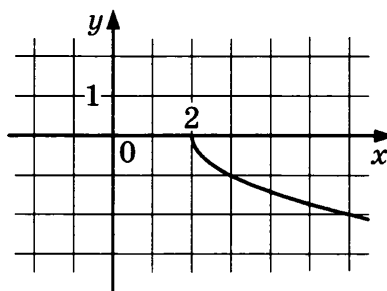
- B6.** Отрезок AB является хордой окружности с центром O . Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A , если угол AOB равен 56° . Ответ дайте в градусах.

B7

- B7.** Найдите значение выражения $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$.

B8

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.

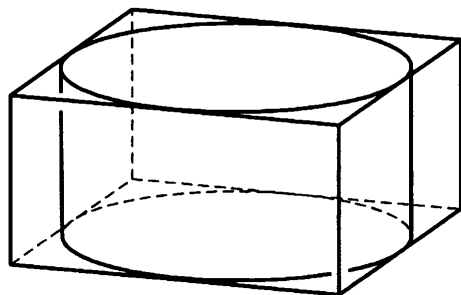
**B9**

- B9.** Высота PH боковой грани PCD правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна $4\sqrt{3}$ и равна стороне CD основания пирамиды. Найдите расстояние между прямыми AB и PH .

B10

- B10.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

- B11.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



- B12.** Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

- B13.** Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

- B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13\operatorname{tg} x - 18$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите уравнение $7 \sin^2 x + 8 \cos x - 8 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- C2.** Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1 . Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

- C3.** Решите неравенство $\log_{x+2}^2(x-18)^2 + 32 \leq 16 \log_{x+2}(36 + 16x - x^2)$.

C4

- C4. Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A . Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K . Известно, что $\angle OAK = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

C5

- C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) = z, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)(1 - a) \ln(1 - xy) + 1 = 0. \end{cases}$$

C6

- C6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них *не была* простой?

ВАРИАНТ 8

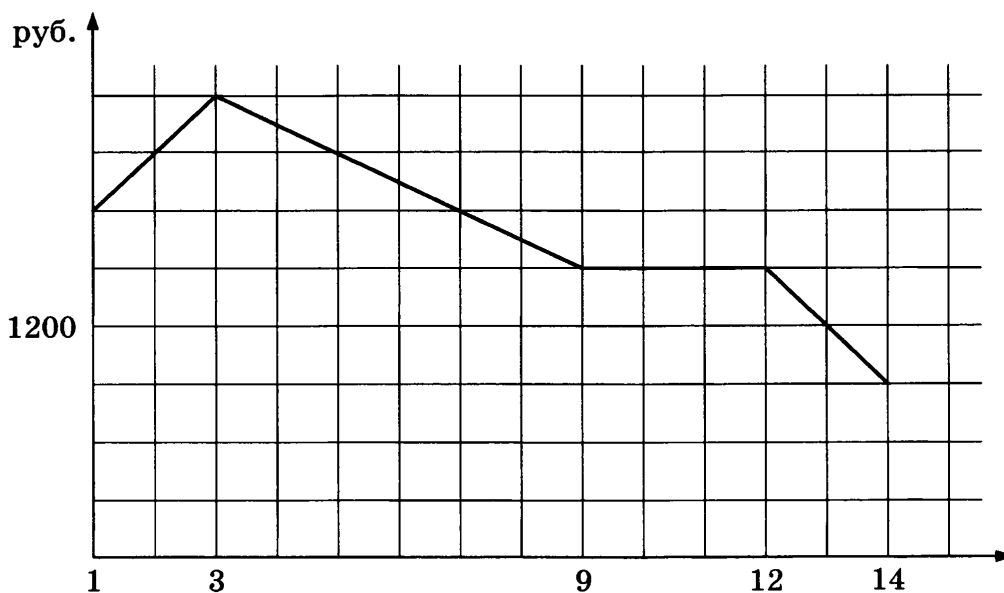
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

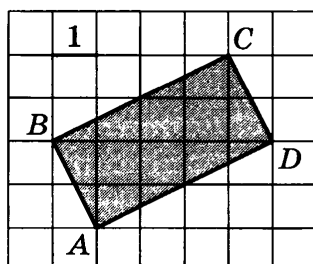
В1. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортилось 20% перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15% помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

 В1

В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

 В2

В3. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

 В3

B4

- B4.** При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;

доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;

доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

B5

- B5.** Решите уравнение $\sqrt{x+9} = 5$.

B6

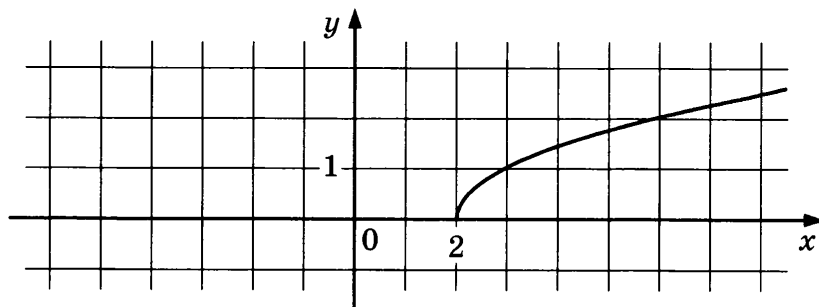
- B6.** Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.

B7

- B7.** Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.

B8

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.

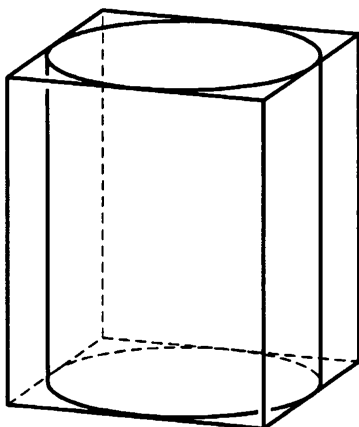
**B9**

- B9.** Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

B10

- B10.** Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

- B11.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



- B12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

- B13.** Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

- B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{20-x}$ на отрезке $[19; 21]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{\log_5(-2 \cos x)}{\sqrt{5} \operatorname{tg} x} = 0$.

- C2.** Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между плоскостями $AB_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.

C3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

C4

- C4. Дана окружность радиуса 2 с центром O . Хорда AB пересекает радиус OC в точке D , причем $\angle CDA = 120^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC , если $OD = \sqrt{3}$.

C5

- C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2a - 5)^2 + (y - 3a + 5)^2 = 16, \\ (x - a - 2)^2 + (y - 2a + 1)^2 = 81. \end{cases}$$

C6

- C6. Найдите все такие целые a и b , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

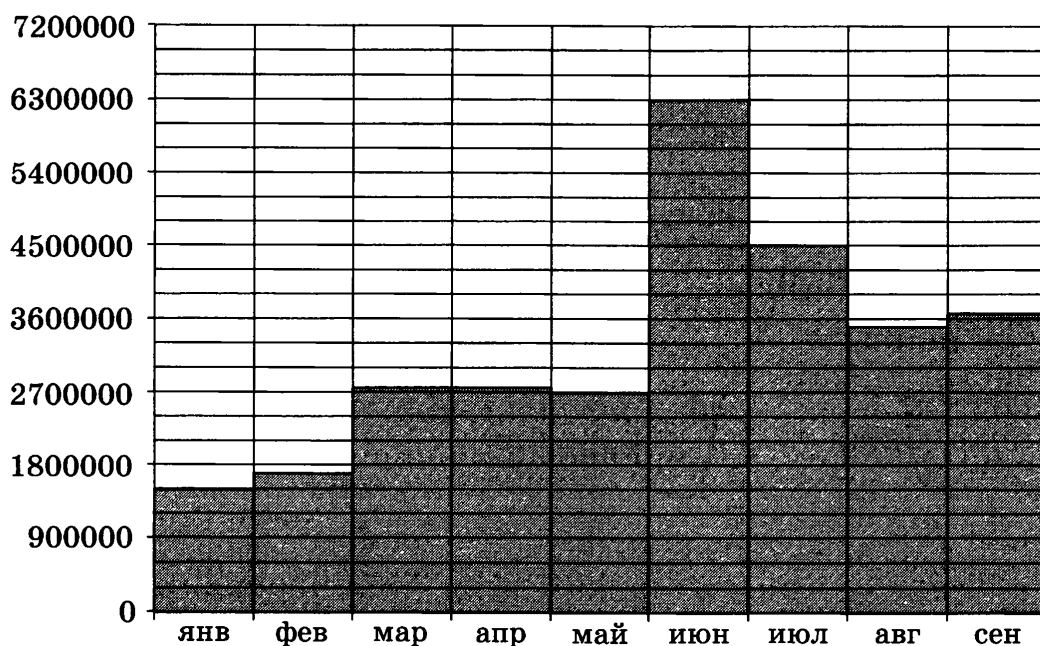
являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

ВАРИАНТ 9

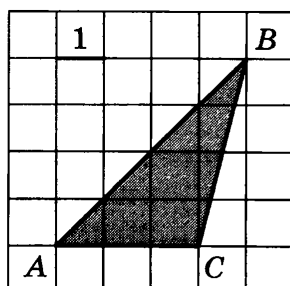
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?
- В2.** На диаграмме показано число запросов со словом **ФУТБОЛ**, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом **ФУТБОЛ** было меньше 3600000.



- В3.** Найдите площадь треугольника *ABC*.



B4

B4. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

B5

B5. Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

B6

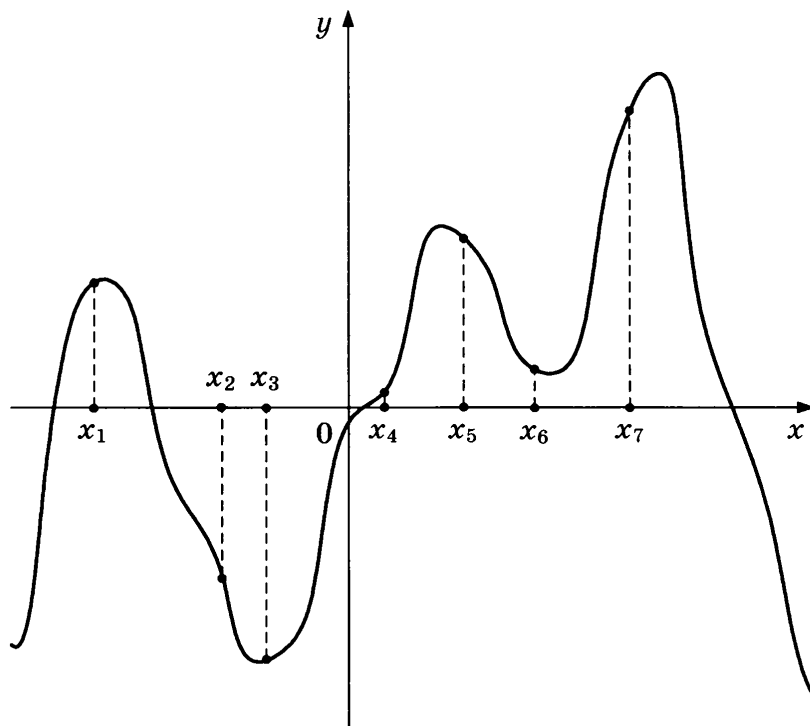
B6. Найдите число сторон правильного многоугольника, каждый из углов которого равен 140° .

B7

B7. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

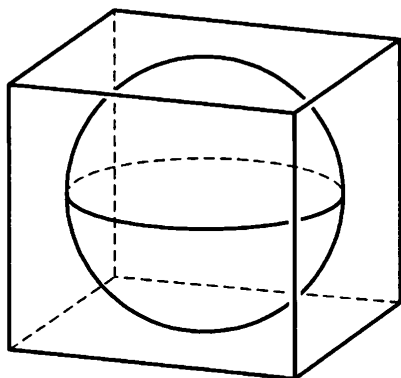
**B9**

B9. Тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания правильной четырехугольной пирамиды равен $3\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

B10

B10. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выигрывает.

- B11.** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



- B12.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

- B13.** Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишете.

- B14.** Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$ на отрезке $[6; 8]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите уравнение $5 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.
- C2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K — середина ребра $C_1 D_1$.

C3

C3. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_7(x^2 - 9) \leq 1, \\ \frac{2x^2 + x - 28}{6^{x-6} + 5^{x-5} - 4} \leq 0. \end{cases}$$

C4

C4. Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C . Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB , причем точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB . Окружность S_1 касается меньших дуг AB и OC этих окружностей, а также прямой OA , а окружность S_2 касается окружности с центром B , прямой OA и окружности S_1 . Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2 .

C5

C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно три решения система уравнений

$$\begin{cases} y + a = |x| + 5, \\ x^2 + (y - 2a + 5)^2 = 4. \end{cases}$$

C6

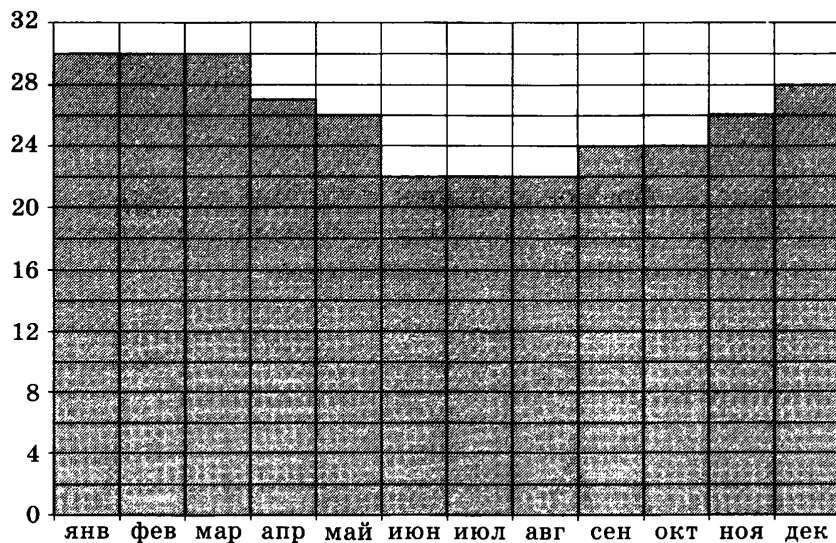
C6. Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.

ВАРИАНТ 10

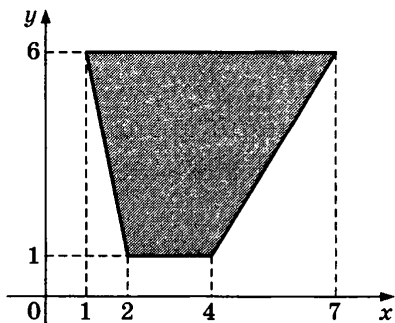
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- В3.** Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).



B4

B4. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

B5

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

B6

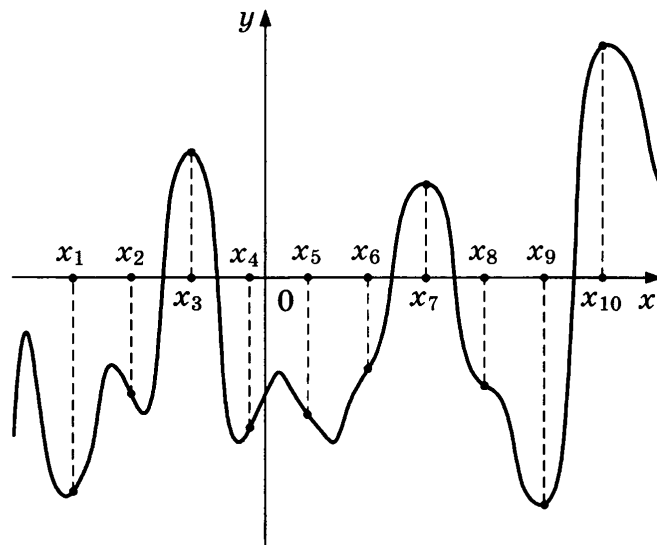
B6. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



B9

B9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

B10

B11. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 6, боковые ребра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

B11

B12. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20$ °С, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_b = 88$ °С. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T (°С), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}$ —

B12

теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}}$ — коэффициент теплообмена, а

$\alpha = 1,2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

B13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$ на отрезке $[8; 21]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

C1

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Найдите тангенс угла между плоскостями BSC_1 и BB_1C_1 .

C2

C3

- C3. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_7^2(x^2 + 4x - 20) \leq x - 3, \\ \log_7^2(x^2 + 2x - 14) \leq 3 - x. \end{cases}$$

C4

- C4. Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60° . На двух его сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.

C5

- C5. Найдите все пары значений параметров a, b , при каждой из которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} xyz + z = a, \\ xyz^2 + z = b, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4. \end{cases}$$

C5

- C6. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел 2^{50} и 5^{50} . Сколько всего цифр выписали?

ОТВЕТЫ

Вариант 1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
22	2	8	238000	-9	44	2	0,25	90	0,48	5	1,8	300	11
C1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{m+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{2}, 2\pi - \arcsin \frac{2}{3}, \pi + \arcsin \frac{2}{3}$												
C2	0,5												
C3	$(0,25; 0,5] \cup [2; +\infty)$												
C4	$\frac{1323}{20}$												
C5	$a = -3; a = 1$												
C6	$k = 2, n = 4$												

Вариант 2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
23	11	9	387000	6	11	2	7	9	0,375	8	1000	40	9
C1	$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$												
C2	0,5												
C3	3												
C4	6												
C5	$a = -4, b$ — любое; $a = 4, b = 2$												
C6	64 и 6084												

Вариант 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	10	10,5	731,5	32	36	2	5	40	0,2	15	30	75	13
C1	$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$												
C2	$\frac{2}{3}$												
C3	2												
C4	1 : 1												
C5	$a = -2$												
C6	2011, 3015												

Вариант 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	20	7,5	54	-7	8	4	3	2	0,25	45	30	72	13

C1	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}$
C2	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
C3	$(-4; -3) \cup (-1; 3)$
C4	$\frac{\sqrt{5}}{6}$
C5	$a = 2$
C6	$a = 273$

Вариант 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1449	4000000	9	18	45	34	2	4	10	0,1	30	7	9	16

C1	$-\arctg 2 + \pi n, -\arctg 3 + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}; -\pi - \arctg 2, -\pi - \arctg 3$
C2	2
C3	$[-2; -1); (-1; 0); (0; 1); (1; 2]$
C4	2 или 6
C5	$a = -\frac{1}{4}; a = -\frac{1}{8}$
C6	$x_1 = 12, x_2 = 13$

Вариант 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
2	7000	10,5	168000	-1	3	12	3	0,7	0,96	20	0,3	10	-1

C1	$x = \pi - \arctg \frac{4}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
C2	$2\sqrt{7}$
C3	-1,5
C4	$a\sqrt{1 \pm \frac{r}{R}}$
C5	$a = \frac{4}{3}$
C6	3

Вариант 7

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
13	4	5	754600	7	28	10	-0,5	6	0,2	864	1,6	120	-18

C1	$2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{7} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z}; 0, \pm \arccos \frac{1}{7}$
C2	2
C3	2
C4	$2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}$
C5	$a = 1$
C6	503

Вариант 8

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
72	4500	10	23,5	16	7	12	0,25	45	0,375	5	180	15,4	-1

C1	$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\pi}{3}$
C3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
C4	$2\sqrt{21} - 9$ или $3 + 2\sqrt{3}$
C5	-8; 0; 1; 9
C6	$a = -3, b = -1$

Вариант 9

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	6	6	1840	0,25	9	-2	5	3	0,5	512	25	25	-5

C1	$\pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -2\pi - \arccos \frac{2}{5}, -2\pi + \arccos \frac{2}{5}$
C2	2
C3	-4; [3,5; 4]
C4	$\frac{7 \pm 2\sqrt{6}}{6}$
C5	$a = 4$
C6	$n = 0, x = 3; n = 0, x = -3$

Вариант 10

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
54	8	20	786	1,5	120	535	3	3	0,6	84	37	30	28

C1	$2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z}; -2\pi - \arccos \frac{1}{6}, -2\pi + \arccos \frac{1}{6}$
C2	$\frac{12}{7}$
C3	3
C4	$\sqrt{\frac{13}{3}}$ или $\sqrt{\frac{19}{3}}$
C5	$a = b = -2$
C6	51

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Вариант 5

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

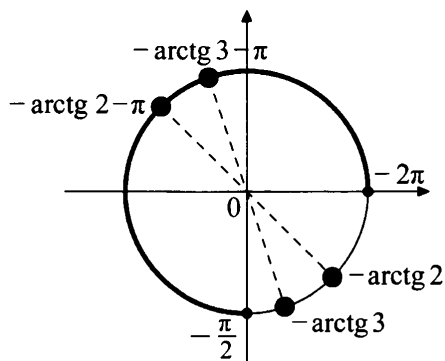
С1. а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$.

б) найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение:

а) Заменой $y = \operatorname{tg} x$ получаем: $y^2 + 5y + 6 = 0$, откуда $y = -2$ и $y = -3$.

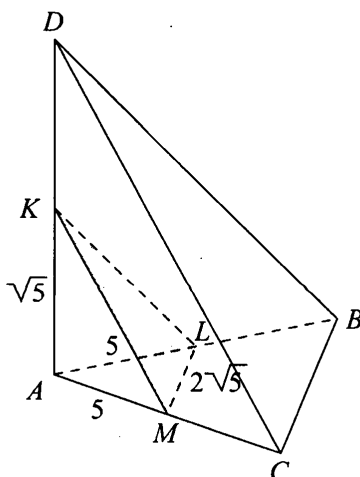
Следовательно, $x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi n$ или $x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.



б) Отметим решения на единичной окружности. Отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $-\operatorname{arctg} 3 - \pi$, $-\operatorname{arctg} 2 - \pi$.

Ответ: а) $-\operatorname{arctg} 2 + \pi n$, $-\operatorname{arctg} 3 + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\operatorname{arctg} 3 - \pi$, $-\operatorname{arctg} 2 - \pi$.

С2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AD , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.



Решение:

Обозначим середины ребер AB , AC и AD буквами L , M и K соответственно. Искомое расстояние равно длине высоты пирамиды $AKLM$, проведенной из вершины A к основанию KLM .

Выразим объем этой пирамиды двумя способами через высоты и площади граней ALM и KLM :

$$\frac{1}{3} S_{ALM} \cdot AK = \frac{1}{3} S_{KLM} \cdot \rho,$$

где ρ — искомое расстояние.

Равнобедренный треугольник ALM подобен треугольнику ABC с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$. Его стороны равны 5 , 5 и $2\sqrt{5}$. Его высота AH равна

$$\sqrt{AM^2 - \frac{ML^2}{4}} = \sqrt{25 - 5} = 2\sqrt{5}. \text{ Следовательно, } S_{ALM} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10.$$

Чтобы найти площадь треугольника KLM сначала найдем KM и KL :

$$KM = KL = \sqrt{AK^2 + AL^2} = \sqrt{25 + 5} = \sqrt{30}.$$

Тогда его высота KH равна $\sqrt{KM^2 - \frac{ML^2}{4}} = \sqrt{30 - 5} = 5$, а площадь S_{KLM} равна $\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 5 = 5\sqrt{5}$.

$$\text{Следовательно, } \rho = \frac{S_{ALM} \cdot AK}{S_{KLM}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5\sqrt{5}} = 2.$$

Ответ: 2.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2 x^2 + \log_2 x^2 \leq 8. \end{cases}$$

Решение:

Решим первое неравенство. Замена $y = 2^x$ дает: $4y^2 - 17y + 4 \leq 0$, откуда $\frac{1}{4} \leq y \leq 4$. Следовательно, $-2 \leq x \leq 2$.

Решим второе неравенство. Левая часть имеет смысл при $x \neq 0$ и $x \neq \pm 1$. Учитывая, что $\log_{|x|} x^2 = 2$, получаем:

$$\log_2 x^2 \leq 4; \quad x^2 \leq 16; \quad -4 \leq x \leq 4.$$

Решение неравенства: $-4 \leq x < -1$, $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$, $1 < x \leq 4$.

Решение системы является общей частью решений двух неравенств:

$$-2 \leq x < -1, \quad -1 < x < 0, \quad 0 < x < 1, \quad 1 < x \leq 2.$$

Ответ: $[-2; -1)$, $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 2]$.

- С4. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B . Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A , а большую — в точке C . Известно, что $AC = 3$. Найдите BC .

Решение:

Центр меньшей окружности назовем P , центр большей — Q . Окружности могут касаться двумя способами — внешним и внутренним. Рассмотрим первый случай (рис. 1).

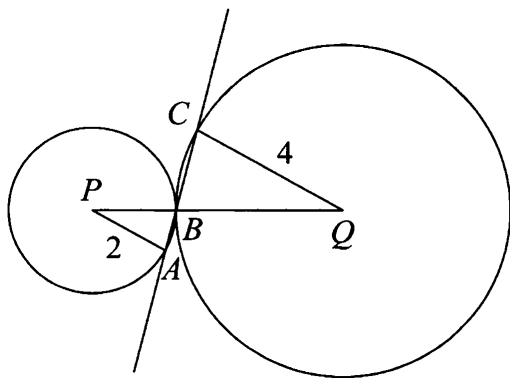


Рис. 1

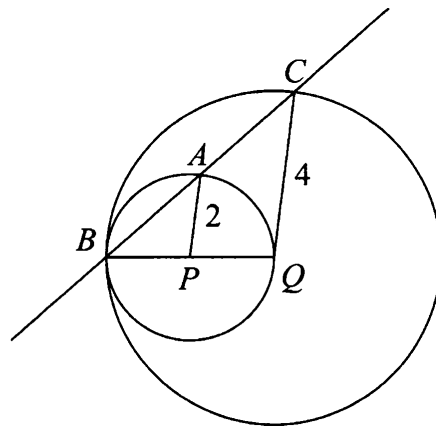


Рис. 2

Треугольники APB и CPB подобны, поскольку они равнобедренные и $\angle PBA = \angle QBC$.

Коэффициент подобия равен отношению радиусов. Поэтому $AB = \frac{1}{2}BC$. Следовательно,

$$AC = AB + BC = \frac{3}{2}BC, \text{ откуда } BC = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2.$$

Теперь рассмотрим внутреннее касание (рис. 2). Треугольники APB и CQB по-прежнему подобны с тем же коэффициентом, но теперь $AC = BC - AB = \frac{1}{2}BC$, откуда

$$BC = 2AC = 6.$$

Ответ: 2 или 6.

- С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x - 1| + 7|y| = 1, \\ x^2 + 49y^2 + 4a + 1 = 2x. \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

Решение:

Преобразуем второе уравнение:

$$x^2 - 2x + 1 + 49y^2 + 4a = 0; \quad (x - 1)^2 + 49y^2 = -4a.$$

Сделаем замену $u = |x - 1| \geq 0$ и $v = 7|y| \geq 0$. Тогда система принимает вид

$$\begin{cases} u + v = 1, \\ u^2 + v^2 = -4a. \end{cases}$$

Заметим, что полученная система симметрична относительно перестановки переменных, то есть, если есть решение $(m; n)$, то имеется решение $(n; m)$. Поэтому исходная система имеет четыре решения только в одном из двух случаев.

1. Имеется единственное решение $u = v = m > 0$.

2. Имеется два решения: $u = 0, v = m > 0$ и $u = m, v = 0$.

В противном случае исходная система имеет 8 решений (u и v различны и положительны) или не имеет решений. Случай $u = v = 0$, очевидно, невозможен.

Рассмотрим первый случай $u = v$.

$$\begin{cases} 2u = 1, \\ 2u^2 = -4a; \end{cases} \quad \begin{cases} u = \frac{1}{2}, \\ a = -\frac{1}{8}. \end{cases}$$

Проверим, сколько решений имеет система при $a = -\frac{1}{8}$. Получаем:

$$\begin{cases} u + v = 1, \\ u^2 + v^2 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Тогда $u^2 + 2uv + v^2 = 1$, $2uv = \frac{1}{2}$. Вычитая последнее равенство из второго уравнения системы почленно, получим: $(u - v)^2 = 0$. Таким образом, $u = v$. Получаем:

$$\begin{cases} u + v = 1, \\ u = v, \end{cases}$$

то есть $u = v = \frac{1}{2}$. У исходной системы при этом четыре решения.

Теперь рассмотрим второй случай. Пусть, для определенности, $u = 0$:

$$\begin{cases} v = 1, \\ v^2 = -4a; \end{cases} \quad \begin{cases} v = 1, \\ a = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

Проверим, сколько решений имеет система при $a = -\frac{1}{4}$. Получаем:

$$\begin{cases} u + v = 1, \\ u^2 + v^2 = 1. \end{cases}$$

Из первого уравнения: $u^2 + 2uv + v^2 = 1$, откуда, учитывая второе уравнение, находим: $uv = 0$. Следовательно, $u = 1, v = 0$ или $u = 0, v = 1$. Это и есть два искомого решения.

Исходная система при этом имеет ровно четыре решения.

Ответ: $-\frac{1}{4}$ или $-\frac{1}{8}$.

6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

шение:

Пусть корни a и b . Тогда $f(x) = (x - a)(x - b)$. По условию число $f(11) = (11 - a)(11 - b)$ простое. Следовательно, один из множителей в этом произведении равен -1 или 1 . Пусть, для определенности, это будет множитель $11 - a$.

1 случай: $a = 10$. Число $11 - b$ должно быть простым. Это будет, если b равно одному из чисел 4, 6, 8, 9. Но число b также должно быть простым. Противоречие.

2 случай: $a = 12$. Тогда число $b - 11$ должно быть простым. Это возможно, если b принимает одно из значений 13, 14, 16, 18, 22, Все числа здесь, кроме числа 13, четные и больше, чем 2, а поэтому составные. Но b также должно быть просто. Следовательно, имеется единственный подходящий вариант $a = 12$, $b = 13$.

Ответ: 12 и 13.

Единый государственный экзамен

Бланк
ответов № 2

Регион

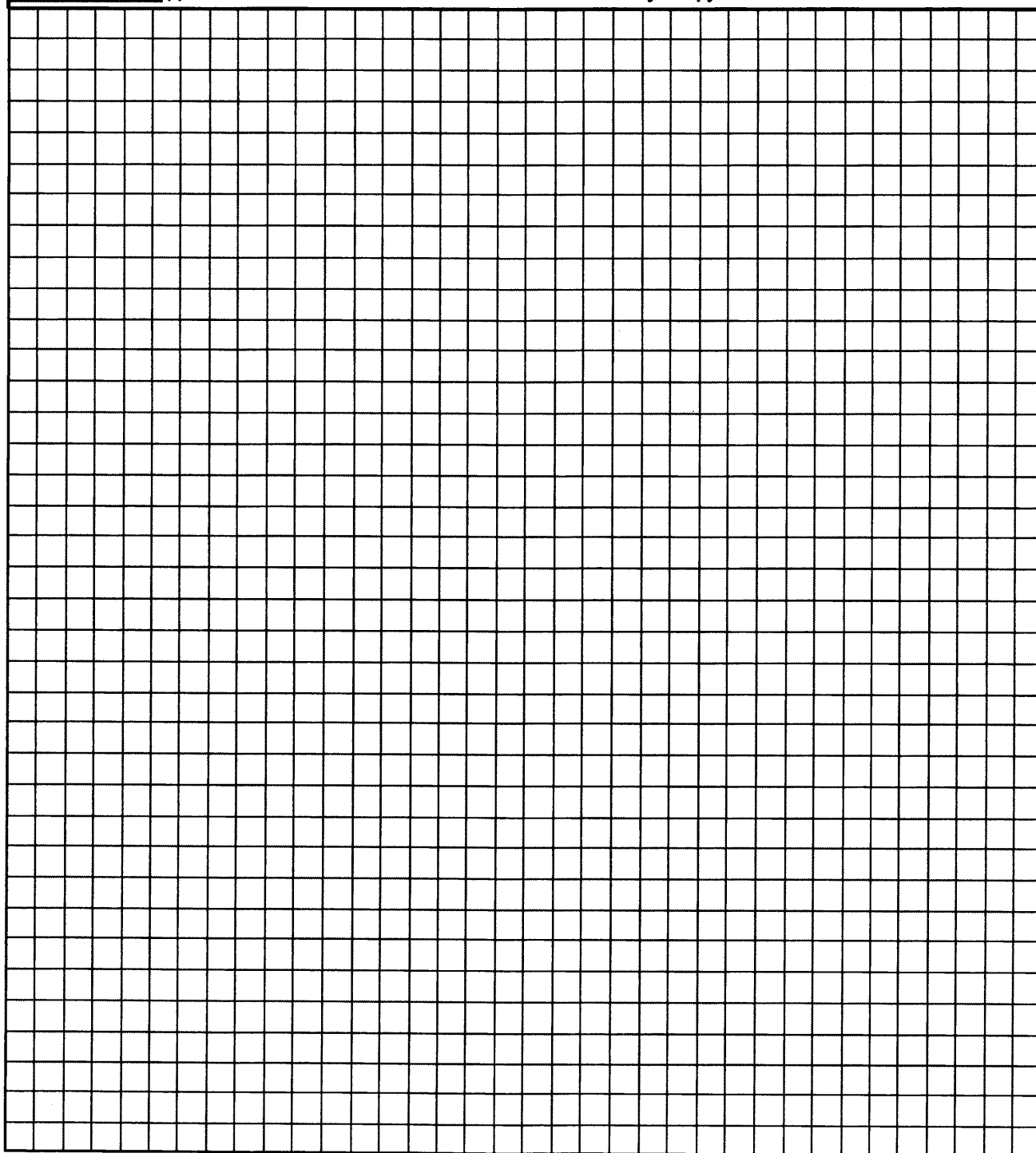
Код
предмета

Название предмета

Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **C1**.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета



При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка

Учебное издание

**Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Яценко И.В.**

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лапто*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Л.К. Корнилова*
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*
Компьютерная верстка *А.П. Юскова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).